2018 考研数学二 答案解析

一、选择题：1～8 小题，每小题 4 分，共 32 分．请将答案写在答题纸指定位置上．

（1）【答案】选 B.

【解答】$\lim\limits_{x\to 0}(e^x+ax^2+bx)^{\frac{1}{x^2}}=1,\therefore 左边=e^{\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{x^2}\ln(e^x+ax^2+bx)}$，$=e^{\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x+ax^2+bx-1}{x^2}}=1,$

$\therefore \lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x+ax^2+bx-1}{x^2}=0\ \therefore 上式=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(\frac{1}{2}+a)x^2+(1+b)x+o(x^2)}{x^2}=0,$

$\therefore\begin{cases}1+b=0\\ \frac{1}{2}+a=0\end{cases}\therefore\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\ b=-1\end{cases}$，选 B.

（2）【答案】选 D.

【解答】对于 D:由定义得 $f_+'(0)=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\cos\sqrt{|x|}-1}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{-\frac{1}{2}|x|}{x}=-\dfrac{1}{2}$；

$f_-'(0)=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{\cos\sqrt{|x|}-1}{x}=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{-\frac{1}{2}|x|}{x}=\dfrac{1}{2}$，$f_+'(0)\neq f_-'(0)$，所以不可导.

(3)【答案】选 D

【解答】分段点为 $x=-1,x=0$，当 $x\le-1$ 时，$f(x)+g(x)=-1+2+ax=1-ax$，当 $-1<x<0$ 时，$f(x)+g(x)=-1+x$，当 $x\ge0$ 时，$f(x)+g(x)=1+x-b$，综上知：

$$f(x)+g(x)=\begin{cases}1-ax,x\le-1,\\-1+x,-1<x<0\\1+x-b,x\ge0.\end{cases},$$

$\lim\limits_{x\to-1^-}(f(x)+g(x))=1+a,\ \lim\limits_{x\to-1^+}(f(x)+g(x))=-2,\therefore a=-3$，

$\lim\limits_{x\to0^-}(f(x)+g(x))=-1,\ \lim\limits_{x\to0^+}(f(x)+g(x))=1-b,\therefore b=2$，选 D.

(4)【答案】选 D

【解答】对于选项 A:取 $f(x)=-x+\frac{1}{2},f'(x)<0,但是f(\frac{1}{2})=0,$

对于选项 B：取 $f(x)=-(x-\frac{1}{2})^2+1,f''(x)<0,但是f(\frac{1}{2})>0,$

对于选项 C：取 $f(x)=-x-\frac{1}{2},f'(x)<0,但是f(\frac{1}{2})=0,$

选 D.

(5)【答案】选 C.

【解答】$M=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+x^2+2x}{1+x^2}\mathrm{d}x=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}x=\pi$；

$$N=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+x}{e^x}\mathrm{d}x=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{-1}\frac{1+x}{e^x}\mathrm{d}x+\int_{-1}^{1}\frac{1+x}{e^x}\mathrm{d}x$$

$+\int_{1}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+x}{e^x}\mathrm{d}x,\int_{-\frac{\pi}{2}}^{-1}\frac{1+x}{e^x}\mathrm{d}x<0,\int_{-1}^{1}\frac{1+x}{e^x}\mathrm{d}x<\int_{-1}^{1}\frac{1+x}{e^{x^2}}\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\frac{1}{e^{x^2}}\mathrm{d}x<\int_{-1}^{1}1\mathrm{d}x=2$；

$\int_{1}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+x}{e^x}\mathrm{d}x<\int_{1}^{\frac{\pi}{2}}1\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2},\therefore N<\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}1\mathrm{d}x=M.$

$K=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\sqrt{\cos x})\mathrm{d}x>\pi,\therefore K>M>N$.选 C.

（6）【答案】C

$$\int_{-1}^{0}\mathrm{d}x\int_{-x}^{2-x^2}(1-xy)\mathrm{d}y+\int_{0}^{1}\mathrm{d}x\int_{x}^{2-x^2}(1-xy)\mathrm{d}y$$

$\because D$ 关于 y 轴对称

$\therefore$ 原式$=\iint\limits_{D}(1-xy)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\iint\limits_{D}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=2\iint\limits_{D_1}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

$=2\int_{0}^{1}\mathrm{d}x\int_{x}^{2-x^2}\mathrm{d}y=2\int_{0}^{1}(2-x^2-x)\mathrm{d}x=2(2-\frac{1}{3}-\frac{1}{2})=\frac{7}{3}$，选 C

(7)【答案】选 A.

【解答】$\because A\sim B,\therefore E-A\sim E-B\ \therefore r(E-A)=r(E-B)$

各选项中：$B:r(E-B)=1;\ C:r(E-B)=1;\ D:r(E-B)=1$ 选 A.

（8）【答案】A

【解答】设 $AB=C$，则矩阵 A 的列向量组可以表示 C 的列向量组，

所以 $(A\ \ AB)\to(A\ \ O)$，即 $r(A\ AB)=r(A\ O)=r(A)$，故答案选 A.

二、填空题：9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分．请将答案写在答题纸指定位置上．

（9） $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2[\arctan(x+1)-\arctan x]=$________.

解：由拉格朗日中值定理得：

$$\arctan(x+1)-\arctan x=\frac{1}{1+\xi^2},\xi\in\left(x,x+1\right).$$

且当 $x\to+\infty$ 时 $\xi\to+\infty$.

$\therefore$ 原式 $=\lim\limits_{x\to+\infty}x^2\cdot\dfrac{1}{1+\xi^2}=1$.

（10）曲线 $y=x^2+2\ln x$ 在其拐点处的切线方程是________.

解：定义域 $(0,+\infty)$

$$y'=2x+\frac{2}{x},y''=2+\frac{-2}{x^2}.$$

令 $y''=2+\dfrac{-2}{x^2}=0\Rightarrow x=1>0$.

$\therefore$ 拐点为 $(1,1)$. 斜率 $k=y'(1)=4$.

$\therefore$ 切线方程为 $y=4x-3$.

（11）$\displaystyle\int_5^{+\infty}\frac{1}{x^2-4x+3}dx=$__________.

解：
$$\int_5^{+\infty}\frac{1}{x^2-4x+3}dx=\int_5^{+\infty}\frac{1}{(x-1)(x-3)}dx$$
$$=\frac{1}{2}\int_5^{+\infty}\left(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-1}\right)dx$$
$$=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right|\Big|_5^{+\infty}=\frac{\ln2}{2}$$

（12）曲线 $\begin{cases}x=\cos^3t\\y=\sin^3t\end{cases}$ 在 $t=\dfrac{\pi}{4}$ 对应点的曲率为________.

解：$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\mathrm{d}y/\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x/\mathrm{d}t}=-\tan t$，$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=\dfrac{\mathrm{d}\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)\Big/\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x/\mathrm{d}t}=\dfrac{-\sec^2t}{-3\cos^2t\sin t}$.

$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\Big|_{t=\frac{\pi}{4}}=-1$，$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\Big|_{t=\frac{\pi}{4}}=\dfrac{8}{3\sqrt{2}}$.

$\therefore K=\dfrac{|y''|}{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}=\dfrac{2}{3}$.

（13）设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\ln z+e^{z-1}=xy$ 确定，则 $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(2,\frac{1}{2})}=$ ________.

解：　$\ln z+e^{z-1}=xy$　　$x=2, y=\frac{1}{2}$ 时，$z=1$.

方程两边对 x 求偏导得：

$$\frac{1}{z}\cdot\frac{\partial z}{\partial x}+\mathrm{e}^{z-1}\cdot\frac{\partial z}{\partial x}=y.$$

将 $x=2, y=\frac{1}{2}, z=1$ 代入得 $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(2,\frac{1}{2})}=\frac{1}{4}$.

（14）设 $\boldsymbol{A}$ 为3阶矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 为线性无关的向量组，若 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_1=2\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$，

$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_2=\boldsymbol{\alpha}_2+2\boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_3=-\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$，则 $\boldsymbol{A}$ 的实特征值为______.

解：　由题可得 $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)\begin{pmatrix}2&0&0\\1&1&-1\\1&2&1\end{pmatrix}$.

$\because(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)$ 可逆.　　$\therefore \boldsymbol{A}\sim\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}2&0&0\\1&1&-1\\1&2&1\end{pmatrix}$.

$\therefore \boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 的特征值相等.

$$|\lambda\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B}|=\begin{vmatrix}\lambda-2&0&0\\-1&\lambda-1&1\\-1&-2&\lambda-1\end{vmatrix}$$

$$=(\lambda-2)\left[(\lambda-1)^2+2\right]=0$$

$\therefore \boldsymbol{A}$ 的实特征值为 2.

三、解答题：15～23 小题，共 94 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．请将答案写在答题纸指定位置上．

15. $\int e^{2x}\arctan\sqrt{e^x-1}\,dx=\frac{1}{2}\int\arctan\sqrt{e^x-1}\,de^{2x}$

$$=\frac{1}{2}e^{2x}\cdot\arctan\sqrt{e^x-1}-\frac{1}{2}\int e^{2x}\cdot\frac{\frac{e^x}{2\sqrt{e^x-1}}}{1+(e^x-1)}dx$$

$$=\frac{1}{2}e^{2x}\cdot\arctan\sqrt{e^x-1}-\frac{1}{4}\int\frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}}dx$$

$$=\frac{1}{2}e^{2x}\cdot\arctan\sqrt{e^x-1}-\frac{1}{4}\int\frac{e^x-1+1}{\sqrt{e^x-1}}de^x$$

$$=\frac{1}{2}e^{2x}\cdot\arctan\sqrt{e^x-1}-\frac{1}{4}\int(\sqrt{e^x-1}+\frac{1}{\sqrt{e^x-1}})d(e^x-1)$$

$$=\frac{1}{2}e^{2x}\cdot\arctan\sqrt{e^x-1}-\frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}(e^x-1)^{\frac{3}{2}}+2\sqrt{e^x-1}\right)+C$$

$$=\frac{1}{2}e^{2x}\cdot\arctan\sqrt{e^x-1}-\frac{1}{6}(e^x-1)^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{2}\sqrt{e^x-1}+C\ .$$

16.（1）$\int_0^x tf(x-t)dt$

令 $u=x-t$ 则 $t=x-u$， $dt=-du$

$$\therefore\int_0^x tf(x-t)dt=\int_0^x(x-u)f(u).(-du)$$

$$=\int_0^x(x-u)f(u)du-\int_0^x uf(u)du$$

原方程可化为：

$$\int_0^x f(t)dt+x\int_0^x f(u)du-\int_0^x uf(u)du=ax^2$$

两边对 x 求导得

$$f(x)+\int_0^x f(u)du+xf(x)-xf(x)=2ax$$

$$\therefore\ f(x)+\int_0^x f(u)du=2ax$$

$$\therefore\ f(0)=0$$

设 $F(x)=\int_0^x f(u)du$ 则 $F'(x)=f(x)$

$$\therefore\ F'(x)+F(x)=2ax$$

$$\therefore F(x)=e^{-\int 1dx}[C+\int e^{-\int 1dx}2axdx]$$

$$=e^{-x}[C+\int 2axe^x dx]$$

$$=e^{-x}[C+2a(x-1)e^x]$$

将 $F(0)=0$ 代入得： $C=2a$

$\therefore F(x)=2ae^{-x}+2a(x-1)$

$f(x)=-2ae^{-x}+2a$

（2）$\dfrac{\int_0^1 f(x)dx}{1}=1$

$\int_0^1(-2ae^{-x}+2a)dx=2ae^{-x}\Big|_0^1+2a=2a(e^{-1}-1)+2a=2ae^{-1}=1$

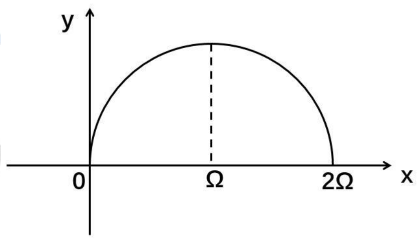
$\therefore a=\dfrac{e}{2}$

17.原式=$\int_0^{2\pi}dx\int_0^{y(x)}(x+2y)dy$

$=\int_0^{2\pi}(xy+y^2)\Big|_0^{y(x)}dx$

$=\int_0^{2\pi}[xy(x)+y^2(x)]dx$

换元 $x=t-\sin t \qquad y(x)=1-\cos t$



原式$=\int_0^{2\pi}[(t-\sin t)(1-\cos t)+(1-\cos t)^2]d(t-\sin t)$

$=\int_0^{2\pi}[(t-\sin t)(1-\cos t)^2+(1-\cos t)^3]dt$

$=\int_0^{2\pi}[t(1-\cot)^2-\sin t(1-\cos t)^2+(1-\cos t)^3]dt$

$=\int_0^{2\pi}(t-2t\cos t+t\cos^2 t)dt-\dfrac{1}{3}(1-\cos t)^3\Big|_0^{2\pi}+\int_{-\pi}^{\pi}(1-3\cos t+3\cos^2 t-\cos^3 t)dt$

$=\dfrac{1}{2}t^2\Big|_0^{2\pi}-2(t\sin t+\cos t)\Big|_0^{2\pi}+\dfrac{t^2}{4}\Big|_0^{2\pi}+\dfrac{1}{2}[\dfrac{1}{2}+\sin 2t+\dfrac{1}{4}\cos 2t]\Big|_0^{2\pi}-0+2\pi-3\sin t\Big|_{-\pi}^{\pi}$

$+3(\dfrac{t}{2}+\dfrac{\sin 2t}{4})\Big|_{-\pi}^{\pi}-(\sin t-\dfrac{1}{3}\sin^3 t)\Big|_{-\pi}^{\pi}$

$=2\pi^2+\pi^2+2\pi+3\pi$

$=3\pi^2+5\pi$

18．讨论：（I）$x=1$时，不等式成立

（II）$0<x<1$时 只需证 $x-\ln^2 x+2k\ln x-1\le 0$

设 $f(x)=x-\ln^2 x+2k\ln x-1$

$$f'(x)=\frac{x-2\ln x+2k}{x}$$

设 $g(x)=x-2\ln x+2k, x\in(0,1)$

$g'(x)=1-\frac{2}{x}<0$，故 $g(x)$ 单调递减，则

$g(x)>g(1)=1+2k\ge 1+2(\ln 2-1)=2\ln 2-1>0$

则 $f'(x)>0$， $f(x)$ 单调递增，故 $f(x)\le f(1)=0$，结论成立。

（III）$x>1$ 只需证 $x-\ln^2 x+2k\ln x-1\ge 0$

设 $f(x)=x-\ln^2 x+2k\ln x-1$

$$f'(x)=\frac{x-2\ln x+2k}{x},\quad (x>1)$$

设 $g(x)=x-2\ln x+2k, (x>1)$

$$g'(x)=1-\frac{2}{x},\ \begin{cases}1<x<2,\ g'(x)<0,\ g(x)\text{递减}\\ x>2,\ g'(x)>0,\ g(x)\text{递增}\end{cases}$$

故 $g(x)\ge g(2)=2+2k-2\ln 2\ge 2+2(\ln 2-1)-2\ln 2=0$

故 $f'(x)\ge 0, f(x)$ 单调增加， $f(x)\ge f(1)=0$，结论成立。

综上，不等式成立。

19.设 $x+y+z=2$

$$2\pi r=x, r=\frac{x}{2\pi}, S_1=\pi r^2=\frac{x^2}{4\pi}$$

$4a=y,a=\frac{y}{4},S_2=a^2=\frac{y^2}{16}$

$3b=z,b=\frac{z}{3},S_3=\frac{1}{2}\frac{z}{3}\frac{z}{3}\bullet\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}z^2}{36}$

令 $L(x,y,z,\lambda)=\frac{x^2}{4\pi}+\frac{y^2}{16}+\frac{\sqrt{3}z^2}{36}+\lambda(x+y+z-2)$

$$\begin{cases}\frac{\partial L}{\partial x}=\frac{x}{2\pi}+\lambda=0\\ \frac{\partial L}{\partial y}=\frac{2y}{16}+\lambda=0\\ \frac{\partial L}{\partial z}=\frac{2z}{12\sqrt{3}}+\lambda=0\\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}=x+y+z-2=0\end{cases}，即\begin{cases}x=-2\pi\lambda\\ y=-8\lambda\\ z=-6\sqrt{3}\lambda\end{cases},\begin{cases}y=\frac{4x}{\pi}\\ z=\frac{3\sqrt{3}}{\pi}x\end{cases},$$

则 $x(1+\frac{4}{\pi}+\frac{3\sqrt{3}}{\pi})=2$，故 $\begin{cases}x=\frac{2}{(1+\frac{4}{\pi}+\frac{3\sqrt{3}}{\pi})}\\ y=\frac{4}{\pi}\frac{2}{(1+\frac{4}{\pi}+\frac{3\sqrt{3}}{\pi})}\\ z=\frac{3\sqrt{3}}{\pi}\frac{2}{(1+\frac{4}{\pi}+\frac{3\sqrt{3}}{\pi})}\end{cases}$

那么此时的 (x,y,z,λ) 就是使 S 最小的点

S 最小值为 $S=\frac{x^2}{4\pi}+\frac{y^2}{16}+\frac{\sqrt{3}z^2}{36}=\frac{1}{\pi+3\sqrt{3}+4}$

20. $S=\int_0^y\sqrt{\frac{9y}{4}}dy-\frac{1}{2}(y-1)\sqrt{\frac{9y}{4}}$

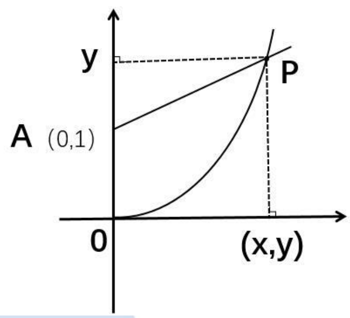
$S=\frac{(1+y)x}{2}-\int_0^x\frac{4}{9}x^2dx$

$$S(x)=\frac{(1+\frac{4}{9}x^2)x}{2}-\frac{4}{9}\int_0^x x^2dx$$

$$\frac{dS(x)}{dx}\Big|_{(3,4)}=\frac{1}{2}(\frac{dx}{dt}+\frac{4}{9}\cdot 3\cdot x^2\frac{dx}{dt})-\frac{4}{9}\frac{dx}{dt}x^2$$

$$=\frac{1}{2}(4+\frac{4}{9}\cdot 3\cdot 9\cdot 4)-\frac{4}{9}\cdot 4\cdot 9$$

$$=10$$



21.证明:设 $f(x)=\mathrm{e}^x-1-x, x>0$,则有

$f'(x)=\mathrm{e}^x-1>0$,因此 $f(x)>0, \frac{\mathrm{e}^x-1}{x}>1$,

从而 $\mathrm{e}^{x_2}=\frac{\mathrm{e}^{x_1}-1}{x_1}>1,\ x_2>0$;

猜想 $x_n>0$,现用数学归纳法证明:

$n=1$ 时, $x_1>0$,成立;

假设 $n=k(k=1,2,\cdots)$ 时,有 $x_k>0$,则 $n=k+1$ 时有

$\mathrm{e}^{x_{k+1}}=\frac{\mathrm{e}^{x_k}-1}{x_k}>1$,所以 $x_{k+1}>0$;

因此 $x_n>0$,有下界.

又 $x_{n+1}-x_n=\ln\frac{\mathrm{e}^{x_n}-1}{x_n}-\ln\mathrm{e}^{x_n}=\ln\frac{\mathrm{e}^{x_n}-1}{x_n\mathrm{e}^{x_n}}$;

设 $g(x)=\mathrm{e}^x-1-x\mathrm{e}^x$,

$x>0$ 时, $g'(x)=e^{x}-e^{x}-xe^{x}=-xe^{x}<0$,

所以 $g(x)$ 单调递减, $g(x)<g(0)=0$,即有 $e^{x}-1<xe^{x}$,

因此 $x_{n+1}-x_{n}=\ln\frac{e^{x_{n}}-1}{x_{n}e^{x_{n}}}<\ln 1=0$, x_{n} 单调递减.

由单调有界准则可知 $\lim_{n\to\infty}x_{n}$ 存在.

设 $\lim_{n\to\infty}x_{n}=A$,则有 $Ae^{A}=e^{A}-1$;

因为 $g(x)=e^{x}-1-xe^{x}$ 只有唯一的零点 $x=0$,所以 $A=0$.

(22)解:(I)由 $f(x_{1},x_{2},x_{3})=0$ 得

$$\begin{cases}x_{1}-x_{2}+x_{3}=0,\\ x_{2}+x_{3}=0,\\ x_{1}+ax_{3}=0,\end{cases}$$

系数矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\1&0&1\\1&0&a\end{pmatrix}\xrightarrow{r}\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&1\\0&0&a-2\end{pmatrix}$,

$a\neq 2$ 时， $r(A)=3$ ，方程组有唯一解： $x_{1}=x_{2}=x_{3}=0$ ；

$a=2$ 时， $r(A)=2$ ，方程组有无穷解： $x=k\begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix},k\in R$.

(II) $a\neq 2$ 时,令 $\begin{cases}y_{1}=x_{1}-x_{2}+x_{3},\\ y_{2}=x_{2}+x_{3},\\ y_{3}=x_{1}+ax_{3},\end{cases}$ 这是一个可逆变换,

因此其规范形为 $y_{1}^{2}+y_{2}^{2}+y_{3}^{2}$;

$a=2$ 时, $f(x_{1},x_{2},x_{3})=(x_{1}-x_{2}+x_{3})^{2}+(x_{2}+x_{3})^{2}+(x_{1}+2x_{3})^{2}$

$$=2x_{1}^{2}+2x_{2}^{2}+6x_{3}^{2}-2x_{2}x_{3}+6x_{1}x_{3}$$

$$=2(x_{1}-\frac{x_{2}-3x_{3}}{2})^{2}+\frac{3(x_{2}+x_{3})^{2}}{2},$$

此时规范形为 $y_1^2+y_2^2$.

(23)解:(I) A 与 B 等价,则 $r(A)=r(B)$.

又 $|A|=\begin{vmatrix}1&2&a\\1&3&0\\2&7&-a\end{vmatrix}\overset{r_3-r_1}{=\!=\!=}\begin{vmatrix}1&2&a\\1&3&0\\3&9&0\end{vmatrix}=0$,

所以 $|B|=\begin{vmatrix}1&a&2\\0&1&1\\-1&1&1\end{vmatrix}\overset{r_3+r_1}{=\!=\!=}\begin{vmatrix}1&a&2\\0&1&1\\0&a+1&3\end{vmatrix}=2-a=0$,

$a=2$.

(II) $AP=B$,即解矩阵方程 $AX=B$:

$$(A,B)=\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&2&2&1&2&2\\1&3&0&0&1&1\\2&7&-2&-1&1&1\end{array}\right)\xrightarrow{r}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&6&3&4&4\\0&1&-2&-1&-1&-1\\0&0&0&0&0&0\end{array}\right)$$

得 $P=\begin{pmatrix}-6k_1+3&-6k_2+4&-6k_3+4\\2k_1-1&2k_2-1&2k_3-1\\k_1&k_2&k_3\end{pmatrix}$;

又 P 可逆,所以 $|P|\neq 0$,即 $k_2\neq k_3$.

最终 $P=\begin{pmatrix}-6k_1+3&-6k_2+4&-6k_3+4\\2k_1-1&2k_2-1&2k_3-1\\k_1&k_2&k_3\end{pmatrix}$,其中 k_1,k_2,k_3 为任意常数,且 $k_2\neq k_3$.